Agron. Costarr. 3(1): 35-44, 1979

AJUSTE DE ALGUNAS FUNCIONES DE PRODUCCION PARA EL CULTIVO DE LA PAPA (*Solanum tuberosum* L.)[1] *

Javier Gallardo y Jorge Fonseca**

ABSTRACT

Estimation of production functions for potato cultivation (*Solanum tuberosum* L.) Potato production represented tour percent ot the total gross value of production from the agricultural sector of Costa Rica in 1975. The province of Cartago accounts for 91.5% of total potato prodution.

For this reason the principal objective of this study is to set forth a methodology to determine the cost structure for potato production and derive a cost function through estimation of a production function.

The production functions estimated for each location indicated that a second degree model gave the best fit. Nevertheless the F-test for evaluating the possibility of aggregating all the data into one model indicated that it should be analyzed by parts. It was concluded that of the two models tested (by altitud of the production zone and by political division) the second was superior in terms of the F-test and the number of significant variables at a 95% confidence level.

Optimization of the model by use of the profit function and a selling price of ₡1.66 per kilogram of potatoes indicated that the following quantities of inputs would give the economically optimum level of production: horsepower 3.108.74 hours per hectare, seed 3.058.95 kilograms per hectare, fertilizer 3.065.90 kilograms per hectare, and fungicide 113.92 kilograms per hectare.

From this model, the expansion path, and the price vector the following minimum variable cost function was estimated:

$C = 23.\ 685.\ 29 - 1.11\ q + 0000\ 45\ q^2$

With this function it is possible to calculate the minimum cost for any level of production. Likewise, for a selling price of ₡1.66 per kilograms of potatoes it was estimated that the profit maximizing level of production is 30.511 kilograms per hectare, with a minimum cost of ₡32.023.

INTRODUCCION

La producción comercial de papa en la Provincia de Cartago, se ha intensificado durante los últimos años. Sin embargo los esfuerzos que se han realizado para analizar y definir un proceso de producción técnicamente eficiente no han contado con una adecuada evaluación económica, necesaria para que el cultivo se produzca en condiciones de ganancia

1 Recibido para su publicación en 1 de julio de 1978

* Parte de la tesis del Ingeniero Agrónomo presentada por el primer autor en la Facultad de Agronomía, Universidad de Costa Rica.

** Escuela de Economía Agrícola, Universidad de Costa Rica.

máxima. Por ser Cartago la principal zona productora de papa, se la escogió para estimar el grado de eficiencia económica de la aplicación de los insumos de la producción.

La posibilidad de encontrar un modelo predictivo que permita expresar el efecto que tienen diferentes combinaciones de insumos sobre la producción, permite calcular proporciones más adecuadas de los mismos. Partiendo de este modelo y por medio de la herramienta económica, es posible pasar de una relación física a una relación económica con la cual se pueden generar combinaciones óptimas entre insumos que permite elevar al máximo el beneficio obtenido en el proceso productivo.

Los objetivos de este trabajo fueron 1) estimar la estructura de costos del cultivo de la papa para los cantones más productores de la provincia de Cartago, 2) analizar la racionalidad económica de la aplicación de insumos entre zonas, tomando como base las distintas superficies de respuesta generadas y 3) encontrar una función de costo mínimo para deter minar los niveles de producción que maximizan e beneficio en cada una de las áreas consideradas.

MATERIALES Y METODOS

En este estudio se asume que 1) la información proporcionada por los agricultores entrevistados es representativa de las condiciones de costos y producción que se presentan en dicha zona con respecto al cultivo, 2) se presentan condiciones de competencia perfecta en el mercado del producto y de los insumos, 3) se cumplen las suposiciones del análisis de regresión, 4) dada una función de producción, una ecuación de costo y una senda de expansión es posible generar una función de costo mínimo de la forma $C=f(g)+CF$ y 5) se supone que no existe correlación entre períodos.

Marco teórico económico

De acuerdo con Henderson y Quandt (7) si se tiene una función de producción de la forma $q=f(x_1, x_2)$ continua, unívoca y cuya primera y segunda derivadas parciales existen y son continuas, es posible encontrar un número infinito de combinaciones de x_1 y x_2 cuyo lugar geométrico determina una producción específica, denominada isocuanta. Definida la función en estos términos, se tiene que la pendiente de la tangente a un punto de una isocuanta determina la razón a la que debe sustituirse x_1 por x_2 o viceversa, con el próposito de mantener constante la producción. El negativo de esta razón se conoce como la tasa marginal de sustitución técnica (TMST). Si:

$$q = f(x_1, x_2)$$

$$dq = \frac{\partial q}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial q}{\partial x_2} dx_2$$

A lo largo de una isocuanta $d_q = O$

$$O = \frac{\partial q}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial q}{\partial x_2} dx_2$$

$$\text{Luego, TMST} = -\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{\partial q/\partial x_2}{\partial q/\partial x_1} = \frac{PMg_2}{PMg_1}$$

El uso racional de los insumos requiere que se opere en la sección con pendiente negativa de la isocuanta, o sea no utilizar una combinación de factores de la que resulte una productividad marginal negativa para alguno de los insumos.

La búsqueda de la combinación de insumos que lleva al máximo la producción sujeta a un nivel dado de costo, o que minimiza el costo para un nivel dado de producción, requiere definir el lugar geométrico de todas aquellas combinaciones de insumos que pueden obtenerse con un nivel de costo constante, denominado línea de isocosto.

La combinación de menor costo para un nivel dado de producto, se da cuando la pendiente de la isocuanta correspondiente al nivel de producción, es igual a la pendiente de la línea de isocostos y tangente a ella en ese punto. Esta combinación satisface que el producto marginal de un colón gastado en un insumo, es igual al producto marginal de un colón gastado en otro insumo.

De acuerdo con Henderson y Quandt (7) los costos variables a corto plazo son importantes por cuanto generan la relación entre la producción y los insumos (función de producción). Si:

$$q = f(x_1, x_2 \ldots, x_n)$$

Se establece la función de beneficio como:

$$\P = IT - CV - CF$$

$$\P = P_q \; f(x_1, x_2, \ldots, x_n) - \sum_{i=1}^{n} P_i X_i - CF$$

En donde CV = Costo Variable, P_d = Precio de venta, CF = Costo Fijo, IT = Ingreso Total, X_i' = Insumos Variables y P_i = Precio del i-ésimo insumo

El beneficio máximo se alcanza cuando el costo marginal es igual al ingreso marginal. Esto es cuando:

$$\frac{d\P}{dq} = P - \frac{dCV}{dq} = O$$

$$P = \frac{dCV}{dq}$$

Lo que pone de manifiesto que a corto plazo cualquier decisión para optimizar ganancias debe girar en torno a los insumos variables y por consiguiente el óptimo dependerá de la racionalidad con que los insumos sean aplicados. El óptimo económico exige que el costo marginal corte al ingreso marginal en un tramo de pendiente positiva del primero. Esto es así ya que:

$$\frac{d^2\P}{dq^2} < O \text{ implica } \frac{d}{dq}\left[P - \frac{dCV}{dq^2}\right] = -\frac{d^2CV}{dq^2} < 0 \text{ donde } \frac{d^2CV}{dq} > 0$$

Los óptimos económicos según Henderson (7) se pueden calcular obteniendo las condiciones de primero y segundo orden de la función de beneficio.

Para las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial\P}{\partial x_1} = P\frac{\partial q}{\partial x_1} - P_i = O \quad i = 1, \ldots, n.$$

Ordenando:

$$P\frac{\partial q}{\partial x_i} = P_i \quad i = 1, \ldots, n.$$

y dividiendo dos a dos las ecuaciones se tiene:

$$\frac{\frac{\partial q}{\partial x_i}}{\frac{\partial q}{\partial x_j}} = \frac{P_i}{P_j} \quad i \neq j = 1, \ldots, n$$

Se concluye que para la maximización del beneficio, no sólo se requiere que el producto marginal por cada colón gastado, sea igual para cada insumo, sino también que la aplicación de los insumos se haga hasta donde el incremento en el ingreso, por la adición de una unidad más (x_n) sea igual al precio que se paga por ese insumo. Esto es, que el valor del producto marginal para cada insumo sea igual a su precio.

Las condiciones de segundo orden garantizan que el beneficio decrece a medida que aumenta cada insumo en forma independiente, es decir se cumple con el principio de rendimientos decrecientes.

Información de campo

La población en estudio está constituida por un total de 584 productores de papa de la Provincia de Cartago, localizada entre los meridianos- (85° 57' 00") y (83° 53' 45") oeste y los paralelos (9° 50' 30") y (9° 3' 05") norte. Cuenta con 9687, 2 ha de tierras de labranza, de las que el cultivo de la papa ocupa 1619,9 ha (2) que representa un 16,7%.

El área que ocupa el cultivo de papa en la Provincia corresponde al 60% de las fincas productoras de papa del país, en las que se producen 18.594.594 kg de papa, equivalentes al 90% de la producción nacional. En el Cuadro 1, se muestra la distribución de las explotaciones y la producción de papa en la Provincia de Cartago.

Se hizo la escogencia de una muestra representativa de productores de papa de los cantones Central, Oreamuno y Alvarado, teniendo en cuenta que 1) son las áreas de mayor contribución a la producción de papa, 2) su distribución política (Cuadro 1) coincide con variaciones de altitud y 3) existe una tendencia semejante en cada cantón, para el cultivo de la papa.

Para calcular el tamaño de la muestra, se tomó como base un diseño de muestreo estratificado (1), asumiéndose un costo de muestreo constante para cada estrato y se fraccionó la muestra total (n), en forma proporcional a la varianza de cada estrato por medio de la afijación de Neyman (1).

RESULTADOS Y DISCUSION

Función de producción para explicar la respuesta del rendimiento de papa a los insumos aplicados

La comparación entre modelos de segundo orden, Cobb-Douglas y raíz cuadrada, por medio de la prueba de F de la regresión, determinó el modelo de segundo orden como el que mejor explicaba el comportamiento de la producción en función de los insumos. Se ajustaron tres modelos de segundo orden para cada una de las zonas con probabilidades de significancia de 0,0007, 0,0001 y 0,001 respectivamente.

Con base en estos modelos y dado que existe un comportamiento de la producción diferente entre zonas, se investigó la posibilidad de agrupar toda la información en una única función a nivel de provincia.

El criterio de altura como causante de la variabilidad en rendimiento, permitió separar una zona alta y una baja tomando como límite los 2000 metros de altura sobre el nivel del mar.

Como la estratificación persigue tener la información de manera que aumente el nivel de confiabilidad del modelo como elemento de predicción, se probaron la hipotésis: Ho existe una sola función para todos los sitios y H_1 no existe una sola función para todos los sitios.

Como criterio de prueba se usó la metodología propuesta por Chow y Quenoville (8) usada en problemas de esta naturaleza por Fonseca (5), cuya prueba es una razón de F tal que:

$$F = \frac{(S_t - S_j) / (K+1)(g-1)}{S_j / \sum_{J=1}^{g} n_j - gk - g}$$

donde:

$$S_t = (Y_t - X_t B_t)' (Y_t - X_t B_t)$$

$$S_j = \sum_{j=1}^{g} e_j' e_j$$

$$e_j' e_j = (Y_j - X_j b_J)' (Y_j - X_j b_j), \; j = 1, 2, \ldots, g.$$

En este caso la razón de que se obtuvo está dada por:

$$F \text{ calculada} = \frac{(2646312014 - 1324096288) / (20)(1)}{1324096288/32} = 15{,}97$$

donde el valor de la F tabular, con 20 grados de libertad (gl) en el numerador y 32 gl en el denominador al 1% es de 2,55, lo que permite rechazar la hipotésis nula H_0 y poner en evidencia el hecho de que no es factible pensar en una superficie de respuesta de la forma $q = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ para toda la provincia y confiar en su capacidad predictiva, por lo que una estratificación de este tipo permitiría generar funciones de producción más predictivas que el hecho de contar con una función única

Cuadro 1. Distribución de las explotaciones y la producción de papa en la Provincia de Cartago (2).

Cantón	Elevación (m)	Número de Explotaciones	Producción de papa (kg)
Central	2100 – 2700	169	5.189 168
Oreamuno	1800 – 2100	192	7.132 116
Alvarado	1500 – 1800	152	5.251 452
Otros	–	71	1.003 583
TOTAL		984	18.576 319

para toda la zona. Del análisis de las funciones de producción generadas bajo este criterio de agrupación se pueden hacer las siguientes consideraciones: a) la zona baja a pesar de tener un modelo altamente significativo ($\alpha = 0{,}0055$) y un coeficiente de determinación de 84,7% presenta pocas variables significativas como: fertilizante, fungicidas, insecticidas al 95% en el análisis parcial y b) en la zona alta, el modelo de regresión de segundo orden presenta una probabilidad no significativa ($\alpha = 0{,}6282$) para la regresión, un coeficiente de determinación de 50,3% y al igual que la zona baja genera pocas variables en el análisis parcial. Tomando en cuenta estos aspectos, se probó otro criterio de agrupación que consistió en estratificar de acuerdo a la división política de la provincia, ubicando los lugares muestreados como se observa en el Cuadro 2 y se siguió la misma metodología analítica.

Se obtuvo la siguiente razón de F

$$\text{F calculada} = \frac{(277183027 - 1685055064) / (15)(2)}{1685055064/23} = 11{,}8$$

El valor de la F tabular con 30 gl en el numerador y 23 gl en el denominador al 99% es igual 2,62. Esto permite rechazar H_0 y poner en evidencia el hecho de que es más efectivo contar con funciones de producción para cada cantón ,que una única función para el conjunto de todos los sitios. Este método de estratificación no sólo aumenta el número de variables significativas en el análisis parcial sino también la probabilidad de significación de la regresión.

Cuadro 2. Ubicación de los sitios de estudio de acuerdo a la altura y división política de la provincia de Cartago (3).

Altura (m)	Localidad	Cantón
2300	Llano Grande	Central
2250	Potrero Cerrado	Oreamuno
2200	Santa Rosa	Oreamuno
2100	Tierra Blanca	Central
1800	Cot	Oreamuno
1700	Cipreses	Oreamuno
1600	Capellades-Pacayas	Alvarado
1500	San Rafael	Alvarado

La comparación de los criterios empleados, se presenta el Cuadro 3 en el cual se observa que la estratificación, tomando en cuenta la división política, mejora la probabilidad a la que es significativa la regresión en cada estrato, así como el número de variables significativas.

Mejores modelos predictivos

Una vez elegido el modelo de segundo orden como el de mayor capacidad predictiva por medio de la técnica de regresión y utilizando la opción de máxima R^2, se seleccionaron las variables significativas en el modelo. Previo a la selección de las variables significativas se calculó una matriz de correlación entre todas las variables, la que permitió concluir que no existen problemas de multicolinealidad.

Las superficies de respuesta generadas fueron para el:

Cantón Central:

$$q = -101972{,}87 + 113{,}35x_7 - 0{,}0055x_4 + 29{,}09x_2^2 + 2921{,}95x_3 - 21{,}30x_2^2 - 287647{,}44x_9 + 0{,}0074x_1 - 692{,}63x_8 + 3397{,}88x_6 - 1{,}07x_5x_6 - 0{,}65x_1x_2 + 44{,}41x_{10} + 42{,}55x_1^2$$

Probabilidad de $F = 0{,}0007$, $R^2 = 93{,}62\%$

Cantón de Oreamuno:

$$q = -7507{,}2 + 4{,}42x_6 + 2530{,}82x_2^2 + 0{,}0007x_2 + 18{,}89x_2x_3 + 6{,}76x_4 - 1103{,}26x_{11} - 0{,}00061x_4^2 - 0{,}4912x_3^2 - 4{,}43x_{10}^2 - 8{,}82x_2$$

Probabilidad de $F = 0{,}001$, $R^2 = 89{,}28\%$

Cantón de Alvarado:

$$q = -219010{,}62 + 0{,}00074x_4^2 + 4658{,}70x_7 - 0{,}0022x_1^2 - 842{,}12x_2^2 + 4{,}47x_1x_2 - 1112{,}66x_9 + 260{,}45x_3$$

Probabilidad de $F = 0{,}001$, $R^2 = 95{,}91\%$

Donde:

x_1: h/hombre, x_2: h/máquina, x_3: h/animal, x_4: semilla kg/ha, x_5: fertilizante kg/ha, x_6 :abono foliar 1/ha, x_7: fungicida kg/ha, x_8 y x_9: herbicida 1/ha, x_{10}: insecticida kg/ha, x_{11}: adherente 1/ha.

Conducta de optimización

Con la información aportada por los agricultores se generó una función para explicar el comportamiento de la producción en cada uno de los estratos, en término de los insumos aplicados. Obtenidas estas superficies de respuesta y por medio del razonamiento económico fue posible calcular (ver tesis del primer autor) la combinación de insumos que proporciona el máximo de beneficio, este cálculo es factible siempre y cuando todos los insumos que intervienen en la función de producción presenten rendimientos decrecientes, al menos en el entorno del punto donde se maximiza la ganancia. La situación inversa proporciona una combinación de factores que minimizan el beneficio, lo que implica rendimientos crecientes en la utilización de los insumos, como sucede en algunos factores de los modelos presentados para cada cantón.

Esta situación imposibilita llegar a un óptimo definitivo para el conjunto de las variables que explican la producción en cada uno de los tres cantones. Para contar con un modelo que presente las condiciones suficientes para un máximo de beneficio, se probaron distintas agrupaciones entre las veinte y cinco variables evaluadas y diez distritos analizados hasta llegar al modelo que se incorpora a continuación para los distritos de Capellades, Pacayas, Cervantes, Cot y Cipreses (zona baja).

La función de producción correspondiente es:

$$q = -35270{,}461 + 7{,}200x_1 - 0{,}00082x_1^2 + 6\,401x_2 - 0{,}00069x_2^2 + 6{,}782x_3 - 0{,}00097x_3^2 + 523{,}890x_4 - 2{,}223x_4^2 - 998{,}267x_5 + 34{,}896x_5^2$$

Como se puede observar en esta función, para la variable insecticida x_5 no se contó con un ámbito de aplicaciones lo suficientemente amplio como para que se produjeran rendimientos decrecientes. Por esta razón, los siguientes resultados deben ser considerados como un *óptimo económico preliminar* en espera de una ampliación en el ámbito de aplicaciones de dicho insumo (insecticida). La combinación de factores que maximiza el beneficio está en función del precio que adquiera el producto P y el de los insumos P_i por lo que el análisis se realizó considerando los siguientes precios para los mismos: precio ponderado para la fuerza motriz ¢ 3,49/h, precio en el modelo. Previo a la selección de las variables significativas se calculó una matriz de correlación entre todas las variables, la que permitió concluir que no existen problemas de multicolinealidad.

Las superficies de respuesta generadas fueron para el:

Cantón Central:

$$q = -101972,87 + 113,35x_7 - 0,0055x_4 + 29,09x_2^2 + 2921,95x_3 - 21,30x_2^2 - 287647,44x_9 + 0,0074x_1 - 692,63x_8 + 3397,88x_6 - 1,07x_5x_6 - 0,65x_1x_2 + 44,41x_{10} + 42,55x_1^2$$

Probabilidad de F = 0,0007, $R^2 = 93,62\%$

Cantón de Oreamuno:

$$q = -7507,2 + 4,42x_6 + 2530,82x_2^2 + 0,0007x_2 + 18,89x_2x_3 + 6,76x_4 - 1103,26x_{11} - 0,00061x_4^2 - 0,4912x_3^2 - 4,43x_{10}^2 - 8,82x_2$$

Probabilidad de F = 0,001, $R^2 = 89,28\%$

Cantón de Alvarado:

$$q = -219010,62 + 0,00074x_4^2 + 4658,70x_7 - 0,0022x_1^2 - 842,12x_2^2 + 4,47x_1x_2 - 1112,66x_9 + 260,45x_3$$

Probabilidad de F = 0,001, $R^2 = 95,91\%$

Donde:

x_1: h/hombre, x_2: h/máquina, x_3: h/animal, x_4:-semilla kg/ha, x_5: fertilizante kg/ha, x_6 :abono foliar 1/ha, x_7: fungicida kg/ha, x_8 y x_9: herbicida 1/ha, x_{10}: insecticida kg/ha, x_{11}: adherente 1/ha.

Conducta de optimización

Con la información aportada por los agricultores se generó una función para explicar el comportamiento de la producción en cada uno de los estratos, en término de los insumos aplicados. Obtenidas estas superficies de respuesta y por medio del razonamiento económico fue posible calcular (ver tesis del primer autor) la combinación de insumos que proporciona el máximo de beneficio, este cálculo es factible siempre y cuando todos los insumos que intervienen en la función de producción presenten rendimientos decrecientes, al menos en el entorno del punto donde se maximiza la ganancia. La situación inversa proporciona una combinación de factores que minimizan el beneficio, lo que implica rendimientos crecientes en la utilización de los insumos, como sucede en algunos factores de los modelos presentados para cada cantón.

Esta situación imposibilita llegar a un óptimo definitivo para el conjunto de las variables que explican la producción en cada uno de los tres cantones. Para contar con un modelo que presente las condiciones suficientes para un máximo de beneficio, se probaron distintas agrupaciones entre las veinte y cinco variables evaluadas y diez distritos analizados hasta llegar al modelo que se incorpora a continuación para los distritos de Capellades, Pacayas, Cervantes, Cot y Cipreses (zona baja).

La función de producción correspondiente es:

$$q = -35270,461 + 7,200x_1 - 0,00082x_1^2 + 6\,401x_2 - 0,00069x_2^2 + 6,782x_3 - 0,00097x_3^2 + 523,890x_4 - 2,223x_4^2 - 998,267x_5 + 34,896x_5^2$$

Como se puede observar en esta función, para la variable insecticida x_5 no se contó con un ámbito de aplicaciones lo suficientemente amplio como para que se produjeran rendimientos decrecientes. Por esta razón, los siguientes resultados deben ser considerados como un *óptimo económico preliminar* en espera de una ampliación en el ámbito de aplicaciones de dicho insumo (insecticida). La combinación de factores que maximiza el beneficio está en función del precio que adquiera el producto P y el de los insumos P_i por lo que el análisis se realizó considerando los siguientes precios para los mismos: precio ponderado para la fuerza motriz ¢ 3,49/h, precio de la semilla ₡3,64/kg, precio ponderado para fertilizantes ₡1,39/kg, precio del fungicida ₡28,63/kg, precio del insecticida ₡86,20/1 y un precio de venta del producto de ₡1,66 por kg de papa. Con esta información la función de beneficio adquiere la siguiente forma:

$$\P = 1{,}66\,(-35270{,}461 + 7{,}2x_1 - 0{,}00082x_1^2 + 6{,}4x_2 - 0{,}00069x_2^2 + 6{,}782x_3 - 0{,}00097x_3^2 + 523{,}89x_4 - 2{,}223x_4^2 - 998{,}267x_5 + 34{,}89x_5^2) - (3{,}49x_1 + 3{,}64x_2 + 1{,}39x_3 + 28{,}63x_4 + 86{,}2x_5)$$

La solución del sistema da como resultado que la fuerza motriz debe aplicarse en una cantidad de 3108,74 h/ha, semilla en una cantidad de 3058,95 kg/ha, el fertilizante de la fórmula 10-30-10, en una cantidad de 3065,90 hg/ha y el fungicida (Manzate) 113,92 kg/ha, para maximizar el beneficio. Para el insecticida no fue posible detectar un máximo económico por encontrarse en una etapa en la que se presentan rendimientos crecientes en su aplicación.

Para obtener la cantidad más adecuada a emplear de insecticida, se asumió que la producción se encuentra en una etapa de rendimientos crecientes y que es necesario que el valor que se elija no sea demasiado alto como para sobrepasar el máximo físico, ni muy pequeño como para no llegar al máximo económico. El comportamiento de productividad marginal creciente para los insumos, muestra que el valor promedio de la cantidad aplicada en la zona es bajo. Tomando en cuenta que el mayor valor observado en el campo sobrepasó el máximo económico, la cantidad a elejir se encuentra entre el promedio de las aplicaciones y el mayor valor de la serie.

La primera aproximación es un promedio de las observaciones mayores que la media de las aplicaciones de dicho insumo en la zona y alcanzó un valor de 23,191 1/ha de Tamarón.

Al sustituir en la función de producción las cantidades de los insumos que maximizan el beneficio, se determinó una producción de 30577,60 kg/ha como la que permite la ganancia máxima. Asímismo, la sustitución en la ecuación de costo de las cantidades de los insumos, permitió determinar que el costo mínimo por hectárea para la producción anterior es de ₡31578,50. El márgen bruto calculado fue de ₡19180,32.

Función de costo mínimo para la producción.

Con la función de producción y la ecuación de costos se calculan los puntos de la senda de expansión para los insumos que intervienen en la función. Obtenidas las combinaciones de factores que caracterizan un costo mínimo de producción para cada nivel de producto, se generó una relación metémática para expresar el costo mínimo como una función del nivel de producción.

La función de costo mínimo de una superficie de respuestas cumple con la condición de que las

Cuadro 3. Resultados obtenidos de las funciones de producción al probar dos métodos de agrupación entre sitios.

Agrupación	Criterio	Prob. F	Porcentaje de variables significativas al 0,05
Por altura	Alta	0,6289	5
	Baja	0,0055	47
Por división política	Central	0,0020	81
	Oreamuno	0,0023	94
	Alvarado	0,0001	82

segundas derivadas determinan una matriz negativa definida. para todos los factores excepto para el insecticida y espera que cumpla con las condiciones suficientes para determinar un máximo de beneficio, el que se obtuvo optimizando para cada insumo el siguiente modelo:

$$L = p.q - \lambda \left[\sum_{i=1}^{K} p_i x_i - C^{\circ} \right]$$

En donde L= función objetiva y C° = restricción de costo, como se muestra en la Fig 1.

Una función de costo calculada de esta manera permite encontrar el nivel de producción que optimiza el valor de π, asi:

$$\pi = 1.66\ q - (22685{,}29 - 1{,}1134\ q + 0{,}00004545\ q^2)$$
$$\frac{d\pi}{dq} = 1{,}66 + 1{,}1134 - 0{,}00009090\ q = 0$$

La cantidad de producción de 30511 kg/ha con un costo variable de ₡32013 obtenido a partir de la función de costo, maximiza el beneficio, estas cifras semejantes a las encontradas al resolver la ecuación de producción.

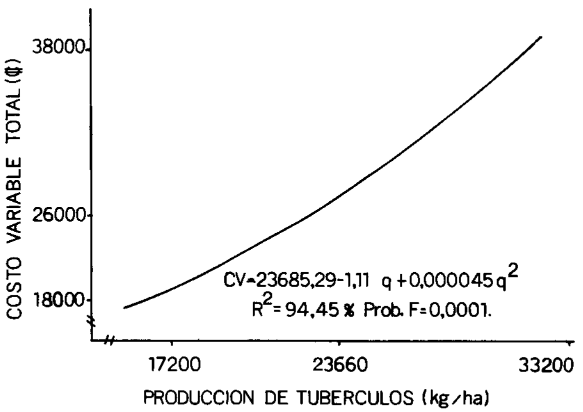

FIG 1 FUNCION DE COSTO MINIMO PARA LA PRODUCCION DE PAPA EN LA ZONA DE CARTAGO.

Con esta función es posible calcular el costo mínimo para cualquier nivel de producto; a manera de ejemplo se escogieron los niveles de producción por hectárea más frecuentes de la zona estudiada y se les calculó el costo mínimo.

Los valores obtenidos se compararon con el costo que se tiene en la actualidad y se obtuvo la pérdida en ganancias por hectárea en que están incurriendo los productores (Cuadro 4).

CONCLUSIONES

Las condiciones ecológicas de los cantones muestreados y las prácticas culturales en los mismos, condicionan de manera diferente la respuesta de la producción de papa, a los insumos aplicados. Por lo anterior no es factible pensar en la posibilidad de generalizar las recomendaciones de aplicación de insumos para toda la provincia.

El análisis estadístico de la información permitió obtener una función de producción para cada uno de los cantones estudiados. Dichos modelos presentaron productividades marginales crecientes, lo que impidió que fueran usados como base para generar y optimizar funciones de beneficio.

Para los distritos de Capellades, Pacayas, Cervantes, Cot y Cipreses, se encontró una función de producción con productividades marginales decrecientes para todos los insumos, excepto para el insecticida. Este factor impidió estimar un óptimo económico absoluto, por lo que se calculó un óptimo económico tentativo, en espera de que se amplie el ámbito de aplicaciones de insecticidas.

Los resultados de la optimización de este modelo, permiten encontrar que las cantidades de los insumos que maximizan el beneficio son: fuerza motriz 3108,74 hr/ha, semilla 3058,95 kg/ha, fungicida 113,92 kg/ha.

La función de costo mínimo para los cantones de Capellades, Pacayas, Cervantes, Cot y Cipreses es la siguiente:

$$C = 23685{,}29 - 1{,}1134\ q + 0{,}00004545\ q^2$$

Cuadro 4. Costo real y costo mínimo para la producción de papa en la Provincia de Cartago.

Nivel de Producto (kg/ha)	Costo Real (₡)	Costos Mínimos (₡)	Pérdidas en Ganancia (₡)
11840	18303	16873	1430
13248	20013	16910	3103
14500	24920	17316	7604
17760	27810	18246	9564
23680	32962	22804	10158
29600	36313	30548	5765

La maximización del beneficio por hectárea, de acuerdo con la función de beneficio generada a partir del modelo de costo mínimo implica una producción de 30511 kg/ha con un costo de₡32013/ha.

RESUMEN

La actividad papera representó en el año de 1975 un cuatro por ciento del valor bruto de la producción del sector agrícola de Costa Rica. La papa que se produce proviene en un 91,5% de la provincia de Cartago.

Con tal propósito, se planteó como objetivo principal de la investigación ordenar una metodología que permitiera determinar la estructura de costos del proceso productivo y la obtención de una función de costo a partir de una función de producción.

Las funciones de producción encontradas para cada localidad, indicaron que el modelo de segundo orden es el mejor ajuste. Sin embargo la razón de F para probar la posibilidad de agregar toda la información en un modelo único, indicó que la misma debería analizar por partes y concluir que de las dos agrupaciones probadas (por altura de la zona de producción y por división política) la segunda es superior en cuanto a la prueba de F y al número de variables significativas a un nivel de confianza de 95%

Dicho modelo al ser optimizado mediante la función de beneficio con un precio de venta de ₡1,66 kg/papa, indicó las siguientes cantidades de insumos como las que proporcionaban un óptimo económico preliminar: fuerza motriz 3108,74 hr/ha, semilla 3058,95 kg/ha, fertilizante 3065,90 kg/ha y fungicida 113,92 kg/ha.

A partir de este modelo, la senda de expansión y la razón de precios se encontró la siguiente función de costo mínimo variable.

$$C= 23685{,}29 - 1{,}11\ q + 0{,}000045\ q^2$$

Con esta función es posible calcular el costo mínimo para cualquier nivel de producto; asimismo, para un precio de venta del producto de₡1,66/kg de papa, se obtiene que la cantidad que maximiza el beneficio es de 30511 kg/ha, con un costo mínimo de ₡32023.

LITERATURA CITADA

1. COCHRAN, W. Técnicas de muestreo, México. Continental S. A. 1976. 509 p.

2. COSTA RICA. MINISTERIO DE ECONOMIA, INDUSTRIA Y COMERCIO. Censo Agropecuario, San José. 1973. 468 p.

3. COSTA RICA, MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES. INSTITUTO GEOGRAFICO DE COSTA RICA. Mapa de Costa Rica. San José. s. f. Escala 200.000

4. FERGUSON, C. F. Teoría de microeconomía, Ediciones Ariel. 1975. 200 p.

5. FONSECA, J. Una función empírica generalizada (F E G) para explicar la respuesta del café *(Coffea arabica* L.) a distintos niveles de fertilización. Tesis Maestro en Ciencias en Economía Agrícola. Chapingo, México. Escuela Nacional de Agricultura, Colegio de Postgraduados. 1977. 129 p.

6. GOODNIGHT, H. y BARR, A. J. A user's guide to the statiscal analysis system. North Carolina, SAS Institute INC. 1972. 256 p.

7. HENDERSON, J. M. y QUANDT, R. F. Teoría microeconómica. España. Ediciones Ariel. 1976. 493 p.

8. QUENOUILLE, M. H. Associated measurements. New York. Academic Press Inc. 1952. 170 p.